



A

■ $A + B + C = \pi$ නම් පහත ඒවා සාධනය කරන්න.

01. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$

02. $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A = 1$ බව සාධනය කරන්න.

03. $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1$ බව සාධනය කරන්න.

04. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}$ බව සාධනය කරන්න.

05. $\cot B \cot C + \cot C \cot A + \cot A \cot B = 1$

06. $\sin 2A + \sin 2B - \sin 2C = 4 \cos A \cos B \sin C$

07. $\cos 2A + \cos 2B - \cos 2C = 1 - 4 \sin A \sin B \cos C$

08. $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$

09. $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$

10. $\cos A + \cos B - \cos C = -1 + \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$

11. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cos B \cos C$

12. $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 + 2 \cos A \cos B \cos C$

13. $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 2 \sin A \sin B \cos C$

14. $\sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{B}{2} - \sin^2 \frac{C}{2} = 1 - 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$

15. $\sin \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} = 1 + 4 \sin \left[\frac{\pi - A}{4} \right] \sin \left[\frac{\pi - B}{4} \right] \sin \left[\frac{\pi - C}{4} \right]$

$$16. \cos \frac{A}{2} + \cos \frac{B}{2} + \cos \frac{C}{2} = 4 \cos \left[\frac{\pi - A}{4} \right] \cos \left[\frac{\pi - B}{4} \right] \cos \left[\frac{\pi - C}{4} \right]$$

$$17. \frac{\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C}{\sin A + \sin B + \sin C} = 8 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

$$18. \cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$$

B

■ සම්මත ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා පහත ඒවා ඔප්පු කරන්න.

$$09. a \cos \left[\frac{B - C}{2} \right] = (b + c) \sin \frac{A}{2}$$

$$20. \sin \frac{B - C}{2} = \frac{b - c}{a} \cos \frac{A}{2}$$

$$21. \frac{a + b}{a - b} = \tan \frac{A + B}{2} \cot \frac{A - B}{2}$$

$$22. a (b \cos C - c \cos B) = b^2 - c^2$$

$$23. a \sin \left[\frac{A}{2} + B \right] = (b + c) \sin \frac{A}{2}$$

$$24. c^2 (a - b)^2 \cos^2 \frac{C}{2} + (a + b)^2 \sin^2 \frac{C}{2}$$

$$25. (a^2 - b^2 + c^2) \tan B = (a^2 + b^2 - c^2) \tan C$$

$$26. \frac{\sin (B - C)}{\sin (B + C)} = \frac{b^2 - c^2}{a^2}$$

$$27. a^2 + b^2 + c^2 = 2 (bc \cos A + ca \cos B + ab \cos C)$$

$$28. \frac{b^2 - c^2}{a^2} \sin 2A + \frac{c^2 - a^2}{b^2} \sin 2B + \frac{a^2 - b^2}{c^2} \sin 2C = 0$$

$$29. (b^2 - c^2) \cot A + (c^2 - a^2) \cot B + (a^2 - b^2) \cot C = 0$$

$$30. \frac{b^2 - c^2}{a \sec A} + \frac{c^2 - a^2}{b \sec B} + \frac{a^2 - b^2}{c \sec C} = 0$$

$$31. b^2 \sin 2C + c^2 \sin 2B = 4\Delta$$

$$32. a \sin (B - C) + b \sin (C - A) + c \sin (A - B) = 0$$

$$33. a^3 \cos (B - C) + b^3 \cos (C - A) + c^3 \cos (A - B) = 3abc$$

$$34. a (b^2 + c^2) \cos A + b (c^2 + a^2) \cos B + c (a^2 + b^2) \cos C = 3abc$$

■ සම්මත ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

35. (i) $\sin\left(\frac{B-C}{2}\right) = \frac{b-c}{a} \cos \frac{A}{2}$ (ii) $\cos\left(\frac{B-C}{2}\right) = \frac{b+c}{a} \sin \frac{A}{2}$

(iii) ඉහත (i) හා (ii) ප්‍රතිඵල ඇසුරෙන් කොස් සූත්‍රය අපෝහනය කරන්න.

■ සම්මත ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින සූත්‍රය ප්‍රකාශ කරන්න.

36. (i) $a = (b-c) \cos \frac{A}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{B-C}{2}$

(ii) $\cot\left(\frac{B-C}{2}\right) = \frac{(b+c)}{(b-c)} \cdot \tan \frac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) ඉහත (i) හා (ii) මගින් $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ බව අපෝහනය කරන්න.



37. ත්‍රිකෝණයක පාදවල දිගවල් පිළිවෙලින් $14, 8\sqrt{3}, 2\sqrt{13}$ වේ. කුඩාතම කෝණය සොයන්න.

38. ත්‍රිකෝණයක පාද සෙමි. a, b හා $\sqrt{a^2 + ab + b^2}$ වෙයි. එහි විශාලතම කෝණය සොයන්න.

39. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A} = 60^\circ, \hat{B} = 45^\circ, AC = 12$ cm වේ. AB හා AC දිගවල් සොයන්න.

40. සම්මත ABC ත්‍රිකෝණයක $(a+b+c)(b+c-a) = 3bc$ නම් A හි අගය සොයන්න.

41. සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC Δ ක $\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$ නම් $C = \frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.

42. ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් කොස් සූත්‍රය ප්‍රකාශ කරන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයක $(a+b+c)(b+c-a) = \lambda bc$ බව දී ඇත්නම් $0 < \lambda < 4$ බව පෙන්වන්න.

44. සම්මත ABC ත්‍රිකෝණයක $2 \cos B = \sin A \cdot \operatorname{cosec} C$ නම් ABC ත්‍රිකෝණයක සමද්විපාද බව පෙන්වන්න.

45. සම්මත ABC ත්‍රිකෝණයක $\frac{\cos A}{a} = \frac{\cos B}{b} = \frac{\cos C}{c}$ වන අතර $a = 2$ වේ. එම ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

46. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වේ. $AD \perp AC$ නම්,
 $\cos A \cdot \cos C = \frac{2(c^2 - a^2)}{3ac}$ බව පෙන්වන්න.

47. සම්මත ABC ත්‍රිකෝණයක, $a \cos^2 \frac{C}{2} + c \cos^2 \frac{A}{2} = \frac{3b}{2}$ නම් ත්‍රිකෝණයේ පාද පිළිවෙලින් සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන බව පෙන්වන්න.

48. සම්මත ABC ත්‍රිකෝණයක, $\cos A + 2 \cos B + \cos C = 2$ යන්න දී ඇත්නම් එම ත්‍රිකෝණයේ පාද සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන බව පෙන්වන්න.
49. ත්‍රිකෝණයක පාද අනුයාත පූර්ණ සංඛ්‍යා 3 කි. එහි විශාලම කෝණය කුඩාම කෝණය මෙන් දෙගුණයකි. ත්‍රිකෝණයේ පාද සොයන්න.
50. $b + c = 3a$ වන සම්මත ABC ත්‍රිකෝණයක $\cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2} = 2$ බව පෙන්වන්න.
51. සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින සූත්‍රය ප්‍රකාශ කරන්න. මෙම අංකනයෙන්ම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$ වේ නම්,
 $C = \frac{\pi}{4}$ හෝ $C = \frac{3\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.
52. ABC ත්‍රිකෝණයක $\frac{b+c}{11} = \frac{c+a}{12} = \frac{a+b}{13}$ නම්,
 (i) $\sin A : \sin B : \sin C$ සොයන්න.
 (ii) $\cos A : \cos B$ සොයන්න.
53. සයින නීතිය ප්‍රකාශ කර කෝසයින නීතිය අපේක්ෂා කරන්න. ABC ත්‍රිකෝණයක සුපුරුදු අංකනයෙන්,
 $\frac{b+c}{5} = \frac{c+a}{6} = \frac{a+b}{7}$ බව දී ඇත.
 (i) $\frac{\sin A}{4} = \frac{\sin B}{3} = \frac{\sin C}{2}$
 (ii) $\frac{\cos A}{-1} = \frac{4 \cos B}{11} = \frac{2 \cos C}{7}$ බව පෙන්වන්න. (2006 A/L)
54. ත්‍රිකෝණයක විශාලතම කෝණය කුඩාතම කෝණයේ තරම මෙන් දෙගුණයක් ද දිගම පාදය කෙටිතම පාදයේ දිග මෙන් $1\frac{1}{2}$ ගුණයක් ද වේ. ත්‍රිකෝණයේ කුඩාතම කෝණය $\cos^{-1} \left[\frac{3}{4} \right]$ බව පෙන්වන්න. මධ්‍ය පාදයේ දිග 10 cm බව දී ඇත්නම් අනෙක් පාද දෙකේ දිගවල් සොයන්න.
55. ABC යනු $b > c$ පරිදි වූ ත්‍රිකෝණයකි. D සහ E යනු A හරහා මධ්‍යස්ථය AD වන පරිදි ද, AD, AE මඟින් A කෝණය ත්‍රිවිජේද කරන පරිදි ද BC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය වේ. සුදුසු ලෙස තෝරාගනු ලැබූ ත්‍රිකෝණ දෙකකට සයින නියමය යෙදීමෙන්, $\cos \frac{A}{3} = \frac{b}{2c}$ බව සාධනය කරන්න. (2000 A/L)
56. ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා, $\frac{\cos A}{a} = \frac{\cos B}{b} = \frac{\cos C}{c}$ ද $a = 10$ cm නම් ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
57. ABC ත්‍රිකෝණයක $\frac{\tan A}{1} = \frac{\tan B}{2} = \frac{\tan C}{3}$ නම්, $6\sqrt{2}a = 3\sqrt{5}b = 2\sqrt{10}c$ බව පෙන්වන්න.